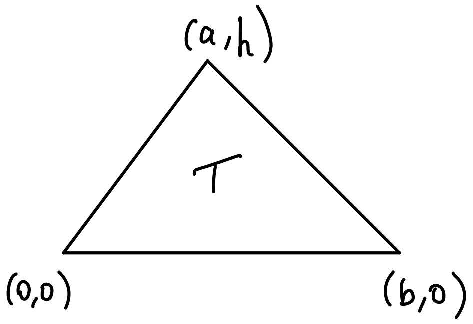
Exercice 1

Soient $a, b, h \in \mathbb{R}$ tq $0 < a < b$ et $0 < h$, et on considère le triangle T :



On remarque qu'on peut trouver une eq. de droite pour les droites $((0,0),(a,h))$ et $((a,h),(0,b))$.

Une équation de droite entre $((x_1,y_1),(x_2,y_2))$ s'écrit :
$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} x + k.$$

Droite $((0,0),(a,h))$: $\quad y = \frac{h}{a} x \quad$ pour $\quad 0 \leq x \leq a$

Droite $((a,h),(b,0))$: $\quad y = \frac{h}{a-b}(x-b) \quad$ pour $\quad a \leq x \leq b$

Donc
$$T = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{cases} y = \frac{hx}{a} & x \in [0,a] \\ y = \frac{h}{a-b}(x-b) & x \in [a,b] \end{cases} \right\}$$

Ainsi
$$\text{Aire}(T) = \int_0^a \frac{hx}{a}\,dx + \int_a^b \frac{h}{a-b}(x-b)\,dx = \frac{ha^2}{2a} + \frac{h}{a-b}\left[\frac{(x-b)^2}{2}\right]_a^b$$
$$= \frac{ha}{2} + \frac{h}{b-a}\left(\frac{-(a-b)^2}{2}\right) = \frac{ha}{2} - \frac{h(a-b)}{2} = \frac{bh}{2}$$
(Tiens tiens tiens...)