

Interrogation de cours – Fonctions réelles d'une variable réelle

Nom & Prénom :

Ce contrôle contient uniquement des exercices types proches du cours. Il est demandé de répondre directement sur le sujet, et la notation tiendra compte de la clarté et de la précision de la rédaction.

Barème : 2 points par question.

Question 1. Soit $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \text{Im}(f)$ une fonction, telle que son domaine de définition \mathcal{D}_f vérifie que si $x \in \mathcal{D}_f$ alors $-x \in \mathcal{D}_f$.

1. Donner la définition de " f est paire".

2. Donner la définition de " f est impaire".

Question 2. Compléter les formules suivantes :

1. Si $a, b \in \mathbb{R}_+^*$, $\ln(ab) =$

2. Si $a, b \in \mathbb{R}_+^*$, $\ln\left(\frac{a}{b}\right) =$

3. Si $a \in \mathbb{R}_+^*$ et $n \in \mathbb{Z}$, $\ln(a^n) =$

Question 3. Ecrire l'ensemble suivant en langage mathématique :

« l'ensemble des éléments de \mathbb{Q} qui s'écrivent comme le produit de deux nombres impairs »

Rappel : un ensemble s'écrit sous la forme suivante

$$\{ \text{ce qu'il y a dans l'ensemble} \mid \text{ce que les éléments de l'ensemble vérifient} \}$$

Par exemple l'image de f s'écrit $\text{Im}(f) = f(\mathcal{D}_f) = \{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in \mathcal{D}_f, y = f(x)\}$.

Question 4. Soit Γ une fonction définie comme

$$\begin{aligned}\Gamma : \mathcal{D}_\Gamma &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{\tan(x)}{x}\end{aligned}$$

1. Déterminer le domaine de définition \mathcal{D}_Γ , en détaillant votre raisonnement.

2. Résoudre l'équation suivante sur $[0, \pi]$ puis sur \mathbb{R} :

$$x \cos(x)\Gamma(x) = \frac{1}{2}.$$

Indication : simplifier le terme $x \cos(x)\Gamma(x)$ pour voir que le prof n'est pas si cruel que ça...

Question 5. Résoudre sur \mathbb{R} l'équation suivante :

$$e^{2x} - e^x - 6 = 0.$$

Question 6 (Bonus). Dessiner de manière **flatteuse** votre encadrant de TD.
Attention, c'est la seule question à points négatifs du contrôle.